PENALARAN INDUKTIF MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA DALAM PEMBUKTIAN

Soffil Widadah

Pendidikan Matematika Universitas PGRI Delta sofdah16@gmail.com

Aunillah

Kementerian Agama Kabupaten Sidoarjo rafifgama@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini menyelidiki bagaimana mahasiswa calon guru matematika menggunakan penalaran induktif dalam membangun bukti matematika. Dengan menggunakan desain penelitian kualitatif, data dikumpulkan melalui pemberian tugas dan wawancara semi-terstruktur, dari 13 subjek tingkat empat program studi pendidikan matematika. Temuan menunjukkan bahwa meskipun subjek pada umumnya menunjukkan kemampuan dalam mengenali aturan dan merumuskan dugaan, tetapi terkadang masih kurang teliti dalam berargumen. Selain itu, Subjek menggunakan wawasan induktif untuk membentuk dugaan dan kemudian menggunakan metode deduktif untuk membuktikannya. Kontribusi penelitian ini adalah pemahaman tentang bagaimana penalaran induktif dapat dikembangkan dan diintegrasikan ke dalam praktik pengajaran matematika dengan tujuan meningkatkan kualitas pendidikan matematika.

Kata Kunci: penalaran induktif, penalaran deduktif, Mahasiswa.

Abstract

This study investigated how prospective mathematics teachers use inductive reasoning in constructing mathematical proofs. Using a qualitative research design, data were collected through assignments and semi-structured interviews, from 13 fourth-year subjects of the mathematics education study program. The findings showed that although the subjects generally showed the ability to recognize rules and formulate conjectures, but sometimes still lacked rigor in arguing. In addition, Subjects used inductive insights to form conjectures and deductive methods to prove them. This research contributes to understanding how inductive reasoning can be developed and integrated into mathematics teaching practices to improve the quality of mathematics education.

Keywords: *inductive reasoning, deductive reasoning, Students*

PENDAHULUAN

Penalaran induktif merupakan bagian umum dari kecerdasan manusia (Pellegrino, et. al, 2021)) yang mendasari kinerja tugas yang kompleks dari beragam domain konten. Hal ini dianggap sebagai kemampuan edukatif, yaitu kemampuan untuk menghasilkan "hal baru" (Suchyadi & Suharyati, 2021). Oleh karena itu, mahasiswa dapat mengembangkan kesadaran induktif penalaran dan aplikasinya.

Secara umum, penalaran melibatkan simpulan yang diambil dari prinsip-prinsip dan bukti, di mana individu menarik kesimpulan baru atau mengevaluasi simpulan yang diusulkan dari apa yang telah diketahui (Byrne, et. al, 2019). Ada dua jenis utama penalaran, yaitu penalaran deduktif dan induktif. Penalaran deduktif menunjukkan proses penalaran dari serangkaian premis umum untuk mencapai simpulan yang valid secara logis, sedangkan penalaran induktif adalah proses penalaran dari premis-premis atau pengamatan khusus untuk mencapai simpulan umum atau aturan keseluruhan. Oleh karena itu, simpulan deduktif menarik kesimpulan yang tersirat dalam informasi diberikan, sedangkan yang simpulan

induktif menambahkan informasi (Prawitz, 2015).

Penalaran induktif merupakan komponen fundamental dalam berpikir matematis, terutama bagi calon guru matematika yang bertanggung jawab untuk membimbing siswa dalam memahami dan membangun bukti matematika. Penalaran induktif melibatkan pembuatan generalisasi berdasarkan contoh atau pola tertentu yang diamati pada kasus-kasus tertentu. Jenis penalaran ini berbeda dengan penalaran deduktif, di mana kesimpulan diambil dari prinsip-prinsip umum atau aksioma.

Conner, et. al, (2014) menghubungkan penalaran induktif dalam matematika dengan menemukan pola dan hubungan di antara angka-angka dan gambar. Ide ini berawal dari karya Polya (2020), yang mendefinisikan penalaran induktif sebagai penalaran alamiah yang memungkinkan kita memperoleh pengetahuan ilmiah. Polya (2020) juga menganggap penalaran induktif dalam pembelajaran matematika sebagai metode untuk menemukan sifatsifat dari fenomena dan menemukan keteraturan dengan cara yang logis. Penalaran induktif sebagai sebuah metode melibatkan empat langkah, yaitu: pengalaman dengan kasus-kasus tertentu, perumusan dugaan, pembuktian dugaan, dan pembuktian dengan kasus-kasus vang baru (Polya, 2020). tertentu Berdasarkan langkah-langkah tersebut, Komatsu & Jones (2022) mengembangkan sebuah sistem yang terdiri dari tindakan berpikir siswa pendidikan menengah ketika mereka memecahkan masalah pembuktian dan menghubungkan penalaran induktif dengan pembenaran dari sebuah pernyataan di mana penalaran induktif muncul.

(2014)mendefinisikan Imenda penalaran induktif sebagai perbandingan sistematis dan analitik dari objek- objek bertujuan untuk menemukan yang kesamaan dan/atau perbedaan antara atribut-atribut atau relasi-relasi. Definisi ini menghasilkan identifikasi enam kelas masalah penalaran induktif (generalisasi, diskriminasi, klasifikasi silang, mengenali hubungan, membedakan hubungan, dan konstruksi sistem), sesuai dengan jenis proses kognitif induktif yang diperlukan untuk solusinya. Setiap format soal dipasangkan dengan operasi kognitif tertentu yang diperlukan untuk menyelesaikan soal tersebut (Lin & Lin, 2014).

Keenam kelas masalah induktif tersebut saling berkaitan karena semuanya dapat

diselesaikan dengan strategi inti penalaran induktif, yaitu proses membandingkan (Barkl, et. al., 2012). Melalui penguraian, seseorang membandingkan objek-objek sehubungan dengan atribut atau relasi yang sama. Setelah mengevaluasi semua objek terkait kesamaan dan ketidaksamaan semua atribut atau hubungan, pemecah masalah (mahasiswa calon guru matematika) diharapkan menemukan aturan dan solusi dari suatu masalah. Strategi perbandingan mengasumsikan bahwa pemecah masalah dapat mengenali semua atribut atau relasi yang ada di dalam masalah.

Kerangka kerja (Sznajder, 2021) menyebutkan bahwa ada tiga proses kognitif dalam penalaran induktif, yaitu: kesamaan, ketidaksamaan, dan keduanya (integrasi). Ketiga proses kognitif tersebut mengacu pada operasi dan keterampilan pemecahan masalah untuk memecahkan berbagai jenis informasi, hubungan, dan masalah yang mencerminkan kemampuan mahasiswa calon guru matematika.

Pemahaman tentang kesamaan ditunjukkan pada tingkat atribut dengan kemampuan seseorang untuk mengidentifikasi kesamaan atribut objek yang berbeda (angka atau bentuk) dan pada tingkat relasi dengan kemampuan

seseorang untuk mengidentifikasi kesamaan relasi (antara angka atau objek). Tiga format soal yang umum digunakan pada tingkat atribut adalah pembentukan kelas, perluasan kelas, dan menemukan kesamaan atribut (Lin & Lin, 2014). Dalam pembuktian matematika, pembentukan merupakan proses mengidentifikasi dan mengelompokkan objek atau konsep matematika yang memiliki sifat atau karakteristik yang sama. Perluasan kelas dalm pembuktian matematika merupakan generalisasi dari hasil atau pola yang ditemukan dalam sejumlah kasus khusus ke kasus yang lebih umum. Contohnya, setelah membuktikan suatu teorema berlaku untuk bilangan bulat tertentu, kita bisa memperluas untuk membuktikan bahwa teorema berlaku untuk semua bilangan bulat. Sedangkan menemukan atribut dalam kesamaan pembuktian matematika adalah mengidentifikasi dan menganalisis sifat atau karakteristik umum dimiliki oleh berbagai objek matematika. Hal ini dapat membantu menyusun hipotesis/dugaan atau membangun argumen dalam pembuktian.

Ketidaksamaan atribut dalam pembuktian matematika mengacu pada pada mengidentifikasi serta memanfaatkan perbedaan sifat atau karakteristik antara

objek-objek matematika untuk membuktikan teorema. Pendekatan ini digunakan untuk menunjukkan bahwa dua objek atau lebih tidak memiliki sifat yang Ketidaksamaan atribut dapat sama. membantu dalam membedakan berbagai jenis objek matematika dan memahami sifat-sifat unik objek-objek matematika tersebut. Selanjutnya, integrasi kesamaan dan ketidaksamaan atribut dalam pembuktian matematika mengacu pada melibatkan penggunaan kedua konsep bersamaan untuk secara menyusun argumen vang kuat dan komprehensif. Pendekatan ini dapat membantu dalam menggali lebih dalam sifat objek matematika, mengidentifikasi pola, membedakan objek, serta membuktikan teorema atau proposisi (Ferreirós, 2015).

Dalam penelitian ini, proses penalaran Induktif terbagi menjadi empat langkah, vaitu: 1) observasi: langkah melibatkan pengamatan terhadap contohcontoh atau kejadian-kejadian spesifik. Bagi mahasiswa calon guru matematika, hal ini mungkin termasuk memeriksa serangkaian masalah atau titik data untuk mengidentifikasi ciri-ciri umum: pengenalan aturan: setelah mengamati contoh-contoh, langkah selanjutnya adalah mengenali aturan. Guru perlu membimbing siswa untuk memperhatikan aturan yang ada dan memahami maknanya; 3) generalisasi: Berdasarkan aturan yang dikenali, pernyataan atau dugaan umum dirumuskan. Hal ini melibatkan hipotesis bahwa pola yang diamati akan berlaku untuk semua kasus yang serupa; 4) pengujian dan penyempurnaan: Dugaan yang telah dibuat kemudian diuji dengan contoh-contoh tambahan untuk memastikan keabsahannya. Jika ditemukan contoh yang berlawanan, maka dugaan tersebut akan disempurnakan atau disesuaikan.

Penalaran induktif penting dilakukan, karena: 1) sebagai dasar untuk pembuktian: penalaran induktif menjadi dasar untuk mengembangkan dugaan dan hipotesis dalam matematika. Penalaran induktif calon memungkinkan guru untuk mengenali pola dan keteraturan dalam masalah matematika, yang mengarah pada pernyataan perumusan umum teorema.; 2) sebagai strategi pengajaran: memahami penalaran induktif sangat penting bagi para guru karena membantu untuk menjelaskan proses sampai pada generalisasi matematika. Kemampuan ini sangat penting untuk mendorong siswa mengeksplorasi dan menemukan konsep matematika secara mandiri.

Fungsi penalaran induktif adalah sebagai langkah awal dalam membangun bukti deduktif (Zalaghi & Khazaei, 2016). Setelah sebuah generalisasi dibuat. generalisasi tersebut dapat dibuktikan menggunakan dengan ketat metode deduktif. Bentuk khusus dari penalaran induktif yang digunakan dalam pembuktian adalah induksi matematika. Metode ini membuktikan bahwa sebuah pernyataan berlaku untuk semua bilangan asli dengan terlebih dahulu membuktikannya untuk kasus awal dan kemudian menunjukkan bahwa pernyataan tersebut berlaku untuk kasus sembarang, maka pernyataan tersebut berlaku untuk kasus berikutnya

Salah satu tantangan dalam penalaran induktif adalah memastikan bahwa generalisasi yang dibuat valid dan dapat diterapkan dalam semua kasus (Niiniluoto & Tuomela, 2012). Theoretical concepts and hypothetico-inductive inference (Vol. 53). Springer Science & Business Media.. Calon guru harus berhati-hati dalam membuat generalisasi yang berlebihan dari contoh-contoh yang terbatas. Penalaran induktif secara efektif mengharuskan calon guru matematika untuk mengembangkan keterampilan dalam mengidentifikasi pola dan membimbing siswa melalui proses membuat dan menguji dugaan.

Urgensi penelitian ini terletak pada potensinya untuk pengembangan kemampuan penalaran induktif mahasiswa calon guru matematika untuk mengatasi kesenjangan pendidikan dengan kritis, mendukung implementasi praktik pedagogis yang efektif, dan pada akhirnya berkontribusi pada hasil pembelajaran yang lebih baik bagi siswa.

Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk membekali calon guru matematika dengan kemampuan penalaran induktif yang diperlukan untuk menumbuhkan pemahaman yang lebih mendalam tentang matematika pada siswa mereka. Dengan mencapai tujuan, penelitian ini berusaha untuk berkontribusi pada peningkatan pendidikan matematika secara keseluruhan dan untuk mempersiapkan guru yang mampu membimbing siswa melalui proses penemuan matematika dan konstruksi bukti.

Ada dua pertanyaan penelitian dalam artikel ini, yaitu: 1) Bagaimana calon guru matematika menggunakan penalaran induktif dalam proses membangun dan memahami bukti matematika?; 2) Bagaimana calon guru matematika mengintegrasikan penalaran induktif dengan bentuk penalaran matematika lainnya (misalnya, penalaran deduktif) dalam pembuktian?.

METODOLOGI

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif yang dirancang untuk mengeksplorasi secara mendalam pengalaman, proses berpikir, dan strategi yang digunakan oleh mahasiswa calon guru matematika dalam menggunakan penalaran induktif dalam konstruksi dan pemahaman bukti matematika. Mahasiswa calon guru adalah mahasiswa yang menempuh pendidikan di Perguruan Tinggi pada fakultas Ilmu Pendidikan dan berada pada tingkat empat.

13 Subjek dalam penelitian ini, mahasiswa calon guru Universitas PGRI Delta yang dipilih sesuai dengan kriteria di atas. Semua subjek diberi satu tugas pembuktian matematika terkait materi aljabar, selanjutnya diwawancara. Adapun tugas pembuktia dalam penelitian ini: Buktikan bahwa $6|(a^3-a)$, untuk semua bilangan bulat a". Pada kesempatan kali ini, peneliti melakukan wawancara hanya pada satu subjek terpilih. Analisis data dilakukan dengan transkripsi dan pengkodena. Trasnskripsi dilakukan dengan rekaman audio dari wawancara ditranskrip kata demi kata. Catatan lapangan dari observasi kelas juga dikompilasi. Pengkodean dilakukan dengan memberi kode untuk tema, pola, dan pernyataan penting yang berulang yang berkaitan dengan penalaran induktif. Kode disusun ke dalam kategori yang mewakili tema dan keterkaitan satu sama lain.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian ini menyajikan temuan-temuan dari investigasi tentang bagaimana calon guru matematika menggunakan penalaran induktif dalam menyusun dan memahami bukti-bukti matematika. Peneliti menganalisis hasil pembuktian dan wawancara dengan subjek penelitian.

menunjukkan Subjek penelitian kemampuan yang berbeda-beda dalam mengenali fakta dalam pembuktian matematika. Kemampuan untuk merumuskan dugaan berdasarkan fakta diamati. Ada beberapa yang yang contoh-contoh menggunakan spesifik untuk menggeneralisasi dan membuat hipotesis. Subjek yang menggunakan penalaran induktif untuk menyusun bukti, sering kali dimulai dengan kasus-kasus sederhana dan memperluas penalaran ke lebih kompleks. Namun, yang

beberapa sunjek yang mengalami kesulitan dalam menjustifikasi dugaan yang dibuat. Tabel 1. Merupakan tabel penalaran induktif 13 subjek penelitian.

> Tabel 1. Proses Penalaran Induktif Subjek Peneltian

| | Suejen i eneman | | | | |
|----|---------------------------|-----------|-----------|-----------|--|
| S | Proses Penalaran Induktif | | | | |
| u | Observ | Menge | Generali | Pengujian | |
| b | asi | nali | sasi | & | |
| je | | Aturan | | Penyempu | |
| k | | | | rnaan | |
| A | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| В | $\sqrt{}$ | - | $\sqrt{}$ | | |
| С | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | - | | |
| D | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | | |
| Е | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| F | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| G | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| Н | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| I | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| J | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| K | $\sqrt{}$ | _ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| L | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | |
| M | $\sqrt{}$ | $\sqrt{}$ | _ | _ | |
| | | | | | |

Berdasarkan Tabel 1. Terlihat bahwa semua subjek melakukan observasi, ada dua subjek yang tidak mengenali aturan, dua subjek tidak menggenaralisasi, dan 1 subjek tidak melakukan pengujian dan penyempurnaan. Berikut salah satu hasil pekerjaan subjek penelitian dalam pembuktian aljabar.

```
Menggunakan Rifat Keterbagian nomor 2 yaitu : dika a l b maka almb buki : a \mid b \rightarrow b = ka \rightarrow mb = Ckm/a \rightarrow almb G \mid (a^3-a) dapat kita faktorkan mengadi G \mid a(a^3-a) dapat kita faktorkan G \mid a(a^3-a) dapat kita G \mid a(a^3-a) karena G \mid a(a^3-a) dapat dilangan akti berurutan fosti terdapat bilangan gemap , maka : G \mid a(a^3-a) dapat G \mid a(a^3-a) dapat G \mid a(a^3-a)
```

Gambar 1. Pembuktian Subjek A Bagian 1

Pada Gambar 1. Terlihat bahwa subjek menuliskan "menggunakan sifat keterbagian, yaitu "jika a|b maka a|mb". Kemudian membuktikan dengan menuliskan "Bukti: $a|b \rightarrow b = ka \rightarrow$ $mb = (km)a \rightarrow a|m$. Selanjutnya subjek A memberikan penjelasan " $6|(a^3 - a)$ dapat difaktorkan menjadi $6|a(a^2-1)$. Dengan menggunakan sifat, jika $a|b \times c$, maka juga ada sifat a|b dan a|c. Maka $3|a(a^2-1). a(a^2-1). = a(a-1)(a+1)$ 1) merupakan tiga bilangan berurutan, sehingga $3|a(a^2-1)$. Dalam setiap tiga bilangan asli berurutan pasti terdapat bilangan genap, maka $3|a(a^2-1)$. Jadi terbukti bahwa $6|(a^3-a)$. Hal tersebut menyitratkan bahwa subjek A telah melakukan observasi, mengenali aturan, dan menggenarilasasi. Ketiga langkah tersebut sesuai dengan hasil wawancara berikut:

> P: Apa yang anda lakukan ketika diberi tugas pembuktian?

A: Saya mengamati untuk memastikan langkah yang

akan saya lakukan untuk menyelesaikan tugas

P: Apa yang anda lakukan untuk menyelesaikan tugas yanag diberikan?

A: Saya mencoba mengingat aturan yang sesuai untuk pembuktian tersebut

P: Setelah mengetahui aturan yang sesuai, apa yang anda lakukan?

A : Saya melakukan perumuman pada kasus yang lain

Pada bagian selanjutnya, subjek A memberikan contoh bilangan seperti pada Gambar 2 berikut.

```
Combinaya:

Untuk pembuktian Ke angka: \wp(a^3-a) berarti \wp(a^3-a) k.6

\wp(a^2-1)* k.6

Misalkan \wp(a^2-1)* k.6

\wp(a^2-
```

Gambar 2. Pembuktian Subjek A Bagian 2

Pada Gambar 2. terlihat bahwa subjek A mensubstitusikan angka 2 ke $a(a^2 - 1) = k.6$ selanjutnya, subjek A menuliskan "berarti terbukti bahwa $a^3 - a$ habis dibagi 6, a bilangan bulat. Hal ini menunjukkan bahwa subjek A pengujian dan penyempurnaan sesuai dengan hasil wawancara berikut.

P: Apa yang anda lakukan setelah melakukan pembuktian?

A: Saya memisalkan a dengan angka 2 untuk

memastikan bahwa pembuktian yang saya lakukan benar

Penelitian ini mengungkapkan bahwa mahasiswa calon guru matematika mahir dalam mengenali aturan, sebuah langkah dalam penalaran induktif. mendasar Kemampuan ini sejalah dengan penelitian sebelumnya yang mengindikasikan bahwa pengenalan aturan merupakan kemampuan penting dalam berpikir matematis (Morsanyi, et. al., 2018). Subjek penelitian menunjukkan kemampuan yang kuat dalam merumuskan dugaan berdasarkan aturan yang diamati, sesuai dengan temuan Lynch & Lockwood, (2019) tentang pentingnya membuat dugaan dalam penalaran matematika. Namun, beberapa peserta membuat kesimpulan yang terlalu umum dari contoh-contoh.

Meskipun banyak subjek penelitian yang berhasil menggunakan penalaran induktif untuk menyusun bukti, transisi dari kasus-kasus khusus ke bukti umum cukup menantang bagi beberapa subjek penelitian. Temuan ini sejalan dengan & Stewart Thomas. 2019), yang menemukan bahwa siswa sering mengalami kesulitan dengan ketelitian yang dibutuhkan dalam konstruksi bukti. Memberikan kesempatan terstruktur untuk

mempraktikkan konstruksi bukti dan menerima umpan balik dapat membantu mengatasi kesulitan-kesulitan ini.

Temuan penelitian ini menggarisbawahi pentingnya penalaran induktif dalam pengembangan ketrampilan mahasiswa calon guru matematika. Mengenali aturan, merumuskan dugaan, dan menyusun bukti merupakan keterampilan penting yang dapat ditingkatkan melalui latihan. Hasil penelitian diharapkan ini dapat menyiapkankan mahasiswa calon guru untuk mengajarkan pembuktian matematika dan menumbuhkan pemahaman yang lebih dalam tentang matematika pada siswa. Penelitian selanjutnya harus terus mengeksplorasi pengembangan keterampilan penalaran induktif dalam konteks yang beragam.

Implikasi dari penelitian ini, antara lain:

1) desain kurikulum: program pendidikan guru harus menekankan pada pengembangan kemampuan penalaran induktif. Hal ini termasuk memberikan kesempatan kepada calon guru untuk terlibat dalam kegiatan yang melibatkan pengenalan pola, perumusan dugaan, dan pengujian; 2) strategi pedagogis: calon guru harus dilatih dalam strategi pedagogis yang mendorong penalaran induktif di dalam kelas. Hal ini dapat mencakup

penggunaan pertanyaan terbuka, mendorong eksplorasi, dan memfasilitasi diskusi yang mengarah pada generalisasi.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, mahasiswa calon guru matematika menunjukkan kemampuan yang bervariasi dalam menggunakan penalaran induktif untuk membangun dan memahami bukti Pada matematika. umumnya mampu mengenali aturan dalam pembuktian dan menggunakannya untuk merumuskan dugaan (conjectures). Meskipun banyak mahasiswa calon guru dapat menyusun bukti dengan menggunakan penalaran induktif, beberapa di antaranya menghadapi tantangan dalam menjadikan gergeneralisasi. dugaan, Selain mahasiwa calon guru matematika menggunakan penalaran induktif sebagai langkah awal dalam proses pembuktian, kemudian beralih ke penalaran deduktif untuk membuktikan dugaan. Integrasi antara penalaran induktif dan deduktif terjadi ketika mahasiswa calon guru menggunakan aturan untuk membangun argumen logis dan sistematis untuk membuktikan kebenaran dugaan tersebut. Peneliti menyarankan kepada peneliti selanjutnya untuk membandingkan

kemampuan penalaran induktif dan integrasinya dengan penalaran deduktif di antara subjek penelitian di berbagai negara, sistem pendidikan, dan budaya agar dapat memperkaya data yang diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

- Barkl, S., Porter, A., & Ginns, P. (2012). Cognitive training for children: Effects on inductive reasoning, deductive reasoning, and mathematics achievement in an Australian school setting. *Psychology in the Schools*, 49(9), 828-842.
- Byrne, R. M., Evans, J. S. B., & Newstead, S. E. (2019). *Human reasoning: The psychology of deduction*. Psychology Press.
- Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A., & Francisco, R. T. (2014). Identifying kinds of reasoning in collective argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, *16*(3), 181-200.
- Ferreirós, J. (2015). *Mathematical* knowledge and the interplay of practices. Princeton University Press.
- Imenda, S. (2014). Is there a conceptual difference between theoretical and conceptual frameworks?. *Journal of social sciences*, 38(2), 185-195.
- Komatsu, K., & Jones, K. (2022). Generating mathematical knowledge in the classroom through proof, refutation, and abductive reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 109(3), 567-591.
- Lynch, A. G., & Lockwood, E. (2019). A comparison between mathematicians' and students' use of examples for

- conjecturing and proving. *The Journal of Mathematical Behavior*, *53*, 323-338.
- Niiniluoto, I., & Tuomela, R. (2012). Theoretical concepts and hypothetico-inductive inference (Vol. 53). Springer Science & Business Media.
- Pellegrino, J. W., & Glaser, R. (2021). Components of inductive reasoning. In *Aptitude*, *learning*, *and instruction* (pp. 177-218). Routledge.
- Polya, G. (2020). Mathematics and plausible reasoning, Volume 1: Induction and analogy in mathematics. Princeton University Press.
- Prawitz, D. (2015). Explaining deductive inference. *Dag Prawitz on proofs and meaning*, 65-100.
- Stewart, S., & Thomas, M. O. (2019). Student perspectives on proof in linear algebra. *ZDM*, *51*(7), 1069-1082.
- Suchyadi, Y., & Suharyati, H. (2021). The Use Of Multimedia As An Effort To Improve The Understanding Ability Of Basic School Teachers 'Creative Thinking In The Era 'Freedom Of Learning,'. *Yogyakarta: Zahir Publishing*, 42-53.
- Sznajder, M. (2021). Inductive reasoning with multi-dimensional concepts. *The British Journal for the Philosophy of Science*.
- Zalaghi, H., & Khazaei, M. (2016). The role of deductive and inductive reasoning in accounting research and standard setting. *Asian Journal of Finance & Accounting*, 8(1), 23-37.